Limites - continuité

- Les formes indeterminés

quotient		somme	Produit
$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\infty - \infty$	$0 \times \infty$

- La determination de la forme $\frac{0}{0}$ / La determination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$

√ f. rationelle : factorisation $(x-a)$ — factorisation — Bzéz

√ f. irrationelle : conjugué

- La determination de la forme $(+\infty) + (-\infty)$

si $hx^2 \neq hx$: factorisation

si $hx^2 \neq hx$: conjugué

$\frac{a}{\infty} = 0$

$\frac{\infty}{0} = \infty$

La continuité :

f est continue en $a \iff \lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

- Continuité d'une fonction sur un intervalle I

* les fonctions polynômes continuent sur $\mathbb{R}$
* les fonctions rationelles continuent sur leur D_f
* la fonction irrationelle $x \mapsto \sqrt{g(x)}$ continue tel que $g(x) \geq 0$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I :
- $f+g$ est une fonction continue sur I
- $f \times g$ est une fonction continue sur I
- $\frac{f}{g}$ est une fonction continue sur I

- T.V.I

Si f continue sur un intervale $[a;b]$ et $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'equation $f(x)=0$ admet au moinune solution sur $[a,b]$

$\boxed{\text{T.V.I}}$ + $\boxed{f \text{ strictement monotone}}$ ⇒ l'éq $f(x)=0$ admet une solution unique sur $[a,b]$

f'	0	a	$a \times f'$	$n.U'.U^{n-1}$	$n.x^{n-1}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$	$U' \pm V'$	$u'v + v'u$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$
f	a	ax	$a \times f$	U^n	x^n	$\sqrt{x}$	$\sqrt{g(x)}$	$U \pm V$	$u \times v$	$\frac{u}{v}$

$f'(x) \geq 0$: f est croissante

$f'(x) \leq 0$: f est decroissante

L'étude de signe

monotonie = sens de variation

Premier degrés :

x	$-\infty$		$+\infty$
	$-$		$+$

Deuxième degrès : On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
ax^2+bx+c	le signe de a	0	le opposé	0	le signe de a

$\Delta = 0$

$x = \frac{-b}{2a}$

x	$-\infty$	x	$+\infty$
ax^2+bx+c	le signe de a	0	le signe de a

$\Delta < 0$

le signe de : $ax^2 + bx + c$ est le signe de a

La fonction reciproque

Si f continue sur I et strictement monotone alors f admet une fonction reciproque f^{-1} defini sur $J = f(I)$

* f et f^{-1} ont la même monotonie

	I	f(I)
f strictement croissante	$[a,b]$	$[f(a);f(b)]$
	$[a;+\infty[$	$[f(a);\lim_{x\to+\infty} f(x)[$
	$\mathbb{R}\ ]-\infty,+\infty[$	$]\lim_{-\infty} f(x);\lim_{+\infty} f(x)[$
	$]a;+\infty[$	$]\lim_{a} f(x);\lim_{+\infty} f(x)[$
f strictement decroissante	$[a,b]$	$[f(b);f(a)]$
	$[a;+\infty[$	$]\lim_{+\infty} f(x);f(a)]$
	$\mathbb{R}$	$]\lim_{+\infty} f(x);\lim_{-\infty} f(x)[$
	$]a;+\infty[$	$]\lim_{+\infty} f(x);\lim_{a} f(x)[$

* Determiner $f^{-1}(x)$ pour tout x de J

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = y \\ x \in J \end{cases} \iff \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

$\frac{a}{0} \to 0$ $\qquad$ $\frac{?}{\infty} \to 0$

$f(x)$ $\qquad$ lim

Continuité à gauche et à droite

* Si $\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

⇒ f est continue à droite en a

* Si $\lim_{x \to a^-} f(x) = f(a)$

⇒ f est continue à gauche en a

Si f continue à droite et à gauche au point a alors f est continue en a